

Termodinâmica - 2/2013

LISTA 4

1. Começando do resultado do problema 5 da lista 3, encontre uma expressão para a temperatura de um sólido de Einstein no limite de baixas temperaturas ($q \ll N$). Inverta esta expressão para encontrar a energia em função da temperatura e mostre que $U = N\epsilon e^{-\epsilon/kT}$, onde ϵ é o tamanho da unidade de energia.
2. Use o resultado do problema 10 da lista 3 para calcular a temperatura de um buraco negro em função de sua massa M . (A energia é Mc^2 .) Calcule o resultado desta expressão para um buraco negro de massa igual à do nosso Sol. Represente graficamente a entropia em função da energia e discuta as consequências da forma deste gráfico.
3. Use o resultado do problema 1 acima para calcular a capacidade térmica de um sólido de Einstein no limite de baixas temperaturas. Represente em gráfico a dependência da capacidade térmica prevista com a temperatura. (Nota: Medidas da capacidade térmica de sólidos reais a baixas temperaturas não confirmam a previsão feita por este modelo. Um modelo mais preciso de sólidos a baixas temperaturas precisa levar em conta a estatística quântica.)
4. Um cubo de gelo (massa de 30 g) a 0° C é abandonado na pia da cozinha onde derrete gradualmente. A temperatura da cozinha é 25° C.
 - (a) Calcule a variação de entropia do cubo de gelo ao longo do processo de derretimento a 0° C descrito acima. (Ignore a pequena variação de volume envolvida.)
 - (b) Calcule a variação de entropia da água produzida pelo derretimento do gelo em seu aquecimento de 0° C a 25° C.
 - (c) Calcule a variação de entropia da cozinha produzida pela transferência de energia dela para o gelo e a água (ou pelo calor por ela cedido.)
 - (d) Calcule a variação de entropia do universo resultante dos processos descritos. Esta variação líquida é positiva, negativa ou nula? Este resultado era esperado por você? Porque, ou porque não?
5. Quando o Sol nos ilumina, ele entrega aproximadamente 1000 watts de potência a cada metro quadrado da superfície da Terra. A temperatura da superfície solar é de aproximadamente 6000 K, enquanto a da Terra é cerca de 300 K.
 - (a) Estime a entropia criada em um ano pelo fluxo de energia solar sobre um metro quadrado da superfície da Terra.
 - (b) Suponha que você plante grama neste metro quadrado. Algumas pessoas poderiam argumentar que o crescimento da grama (ou de qualquer outro organismo vivo) viola a segunda lei da Termodinâmica, porque nutrientes desorganizados são convertidos numa forma organizada de vida. Como você responderia a este argumento?
6. Medidas experimentais da capacidade térmica do alumínio a baixas temperaturas (abaixo de cerca de 50 K) podem ser representadas pela fórmula

$$C_V = aT + bT^3,$$

onde C_V é a capacidade térmica de um mol de alumínio, e as constantes a e b valem aproximadamente $a = 0,00135 \text{ J/K}^2$ e $b = 2,48 \times 10^{-5} \text{ J/K}^4$. A partir destes dados, encontre uma fórmula

para a entropia de um mol de alumínio como função da temperatura. Calcule esta entropia com a ajuda da fórmula encontrada para $T = 1$ K e $T = 10$ K, exprimindo seus resultados em unidades convencionais (J/K) e como números adimensionais (dividindo pela constante de Boltzmann). [Comentário: Na forma acima para a capacidade térmica de metais a baixas temperaturas, o termo linear vem da energia associada aos elétrons de condução, enquanto o termo cúbico vem das vibrações da rede cristalina, ou fonons.]

7. No problema 10 da lista 2 você usou o teorema do virial para estimar a capacidade térmica de uma estrela. Partindo deste resultado, calcule a entropia de uma estrela, primeiro em função de sua temperatura média e em seguida em função de sua energia total. Faça um gráfico da entropia em função da energia e discuta a forma deste gráfico.

8. Esboce um gráfico da entropia de uma substância (pode ser H_2O , por exemplo) como função da temperatura que incorpore toda a informação qualitativa de que você dispõe. Indique em que região do gráfico a substância é sólida, líquida e gasosa. Explique sucintamente cada aspecto importante deste gráfico.

9. Medidas experimentais de capacidade térmica são muitas vezes representadas em obras de referência como fórmulas empíricas. Para o grafite, uma fórmula que funciona bastante bem numa ampla faixa de temperaturas é, para um mol,

$$C_P = a + bT - \frac{c}{T^2},$$

onde $a = 16,86$ J/K, $b = 4,77 \times 10^{-3}$ J/K² e $c = 8,54 \times 10^5$ J.K. Suponha que um mol de grafite seja aquecido a pressão constante de 298 K a 500 K. Calcule o aumento de sua entropia ao longo deste processo. O valor tabulado de $S(298$ K) é 5,74 J/K. Obtenha $S(500$ K).

10. Polímeros, como a borracha, são feitos de moléculas muito longas, usualmente embaralhadas em configurações de alta entropia. Como um modelo muito simplificado de um elástico de borracha, considere uma cadeia de N destas moléculas, cada uma com comprimento l . Imagine que você vá montando este sistema molécula por molécula: ponha a primeira, em sua extremidade direita ponha a próxima, e assim por diante. A cada nova molécula posta, ela pode apontar para a direita ou para a esquerda, de modo que há apenas duas possibilidades diferentes. O tamanho total L do elástico é a distância entre o início da primeira molécula e o fim da última.

(a) Encontre uma expressão para a entropia deste sistema em termos de N e N_D , o número de moléculas que aponta para a direita.

(b) Escreva uma expressão para L em termos de N e N_D .

(c) Para um sistema unidimensional como este, o tamanho L é análogo ao volume V de um sistema tri-dimensional. De modo similar, a pressão p é substituída pela força de tensão F . Tomando F como positiva quando o elástico está esticado, escreva uma identidade termodinâmica apropriada para este sistema.

(d) Usando a identidade termodinâmica, você pode agora exprimir a força de tensão F em termos de uma derivada parcial da entropia. Obtenha esta expressão e use-a para obter a tensão em função de L , T , N e l .

(e) Mostre que, quando $L \ll Nl$, a tensão é diretamente proporcional a L (lei de Hooke).

(f) Discuta a dependência da tensão com a temperatura. Se você aumenta a temperatura do elástico, sua tendência é esticar ou contrair? Este comportamento faz sentido para você?

(g) Suponha que você segure um elástico relaxado com suas mãos e de repente o estica. Você espera que sua temperatura aumente ou diminua? Explique porque. Obtenha um elástico de verdade e teste sua previsão, usando seus lábios ou sua testa como um termoscópio. (Dica: A entropia que você calculou no item (a) não é a entropia total do elástico. Existe entropia adicional associada com a energia vibracional das moléculas; esta entropia depende de U mas é aproximadamente independente de L .)